Разборка с программой INE: 19.08.95 / +21.07.95

Вычисление $E1_{pnc}$ и $E1_{an}$ методом неоднородного уравнения

$E1_{pnc}$ определяется так:

$$E1_{pnc} = \sum \frac{\langle f \| E1 \| n\rangle \langle n | H_p | i\rangle}{E_i - E_n} + \frac{\langle f | H_p | n\rangle \langle n \| E1 \| i\rangle}{E_f - E_n} \quad (1)$$

Если ввести вектора P и Q:

$$P_i = \frac{1}{E_i - H} H_p |i\rangle \quad (2)$$

$$Q_i^{\omega} = \frac{1}{E_i + \omega - H} E1 |i\rangle \quad (3)$$

то амплитуду (1) можно переписать так:

$$\begin{aligned} E1_{pnc} &= \langle f \| E1 \| P_i\rangle + \langle P_f \| E1 \| i\rangle \\ &= \langle f \| E1 \| P_i\rangle + (-1)^{J_i - J_f + 1} \langle i \| E1 \| P_f\rangle \end{aligned} \quad (4)$$

или так:

$$\begin{aligned} (-1)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & 1 & J_i \\ -M_f & q & M_i \end{pmatrix} E1_{pnc} &= \langle f | H_p | Q_i^{\omega_{fi}}\rangle + \langle Q_f^{-\omega_{fi}} | H_p | i\rangle \\ &= \langle f | H_p | Q_i^{\omega_{fi}}\rangle - \langle i | H_p | Q_f^{-\omega_{fi}}\rangle \end{aligned} \quad (5)$$

Вектора P и Q можно найти, решая неоднородное уравнение (метод Штейнхеймера):

$$(E_n - H) P_n = H_p \Psi_n \quad (6)$$

$$(E_n + \omega - H) Q_n^{\omega} = E1 \Psi_n \quad (7)$$

Из (2) и (3) видно, что вектор P является с. вектором J^2:

$$\hat{J}^2 P_i = J_i (J_i + 1) P_i \quad (8)$$

тогда как Q_i^{ω} – не является:

$$Q_i^{\omega} = Q^{\omega}_{i,(J_i-1)} + Q^{\omega}_{i,J_i} + Q^{\omega}_{i,(J_i+1)} \qquad (9)$$

$$\hat{J}^2 Q_i^{\omega} = (J_i-1)J_i Q^{\omega}_{i,(J_i-1)} + J_i(J_i+1) Q^{\omega}_{i,J_i} + (J_i+1)(J_i+2) Q^{\omega}_{i,(J_i+1)} \qquad (10)$$

Тем не менее, при вычислении $E1_{pnc}$ по формуле (5) из Q_i^{ω} автоматически вырезается часть, соответствующая $J = J_f$, а из Q_f^{ω} – часть, соответствующая $J = J_i$

Программа INE считает E_{pnc} обоими способами (через P и через Q). Кроме того она считает разложение (9) и аналогичное разложение для P (при этом д.б. $P_{J-1} = P_{J+1} = 0$) и вычисляет E_{pnc} напрямую через P и Q, и через P_J и Q_J

Разница дастся в виде:

$$E_{PNC} = a \pm b$$

где b даст отличие двух способов.

(!) INE считает только "половину" амплитуды E_{pnc}, а именно $\langle f|E1|P_i\rangle$ или $\langle f|H_p|Q_i^{\omega}\rangle$

Для того, чтобы найти вторую "половину" надо пересчитать с заменой $i \leftrightarrow f$ и учесть что приведенной МЭ

$$\langle f\|E1_{pnc}\|i\rangle = (-1)^{J_i - J_f + 1} \langle i\|E1_{pnc}\|f\rangle$$

(!) Радиальные МЭ оператора H_p не содержат множителя $i\frac{G_F\alpha}{8\pi\sqrt{2}}Q_W$. Про него "вспоминается" только в и.п. E_PNC

При этом кладется $Q_W = -N_{pnc}$

Тестовый расчет для Tl программами INE и DTM+PNC


```
 Program InhomEq
 R.H.S.: H_pnc
  Tl even
  Kl =   1       Kv  =  2        Z   = 81.00       Jm  =   0.50
  Nsp =    32    Ns  = 52       Nso = 21        Nc =  5
 ================================================================
   Rhs: J_0 =   0.500000000;  E_0 =    -1.957547
        J_2 =   1.500000000;  E_2 =    -1.926606
 ================================================================
   Prj: Decomposition to the eigenvectors of J**2
       Norma X1        J_0-1        J_0          J_0+1        Others
   0.47688E+07  0.79989E-24  0.47688E+07  0.87049E-11  0.67516E-25
   J_av= 0.50000000
   4 vectors are written to INE.XIJ.
   J_av=   0.500  -0.500   0.500   1.500
 ================================================================
   solution of the equation  (E0-H0) X1 = A X0,
   where E0 =      -1.957547 (Nd0 =      123);
   X0 is eig. vector  1 (J = 0.500000);  A = H_pnc.
 ----------------------------------------------------------------
    Nc        R.H.S.        Solution
 ----------------------------------------------------------------
      1    0.162311E+06  0.374375E+07
      2    0.101683E+02  0.180509E+06
      3    0.191384E+04  0.194227E+04
      4    0.393212E+05  0.836175E+06
      5    0.290376E+02  0.644044E+04
 ================================================================
  J =      0.50000000     0.50000000
 ================================================================
  n       J_n           Ev_n        <n|X1>(a.u.)     <n|X1>(Hz)
 ----------------------------------------------------------------
  1    0.500000000    -1.782282   -0.321700E+03    0.155762E+06
  2    1.500000000    -1.763344    0.473811E-06   -0.229411E-03
  3    2.500000000    -1.740991   -0.280507E-12    0.135816E-09
  4    0.500000000    -1.722325    0.220311E+03   -0.106671E+06
  5    1.500000000    -1.685863   -0.431248E-06    0.208803E-03
  6    2.500000000    -1.666894    0.324277E-12   -0.157009E-09
  7    0.500000000    -1.644684   -0.225882E+03    0.109368E+06
  8    0.500000000    -1.603673    0.470263E+01   -0.227693E+04
  9    1.500000000    -1.597227    0.173866E-06   -0.841829E-04
 10    0.500000000    -1.255863   -0.226265E+02    0.109553E+05
 ================================================================
  < 1.5 || E_PNC ||  0.5> = i*G_F*alpha*Q_w/(8*pi*sqrt(2))
     * ( 0.23762E+04 +/-  0.468E-06) a.u.
   = i*Q_w/(-N_nuc) * (-0.18425E-09) a.u.    (N_nuc =124)
 ================================================================
 Program InhomEq
 R.H.S.: H_pnc
 ================================================================
   Rhs: J_0 =   1.500000000;  E_0 =    -1.926606
        J_2 =   0.500000000;  E_2 =    -1.957547
 ================================================================
   Prj: Decomposition to the eigenvectors of J**2
       Norma X1        J_0-1        J_0          J_0+1        Others
   0.78277E+07  0.63245E-24  0.78277E+07  0.23762E-23  0.17055E-24
   J_av= 1.50000000
   4 vectors are written to INE.XIJ.
   J_av=   1.500   0.500   1.500   2.500
 ================================================================
   solution of the equation  (E0-H0) X1 = A X0,
   where E0 =      -1.926606 (Nd0 =      123);
   X0 is eig. vector  2 (J = 1.500000);  A = H_pnc.
 ----------------------------------------------------------------
    Nc        R.H.S.        Solution
 ----------------------------------------------------------------
      1    0.773163E-26  0.373677E-24
      2    0.259035E+06  0.779878E+07
      3    0.302954E+00  0.289201E+05
```



```
      4    0.159744E-26  0.490737E-25
      5    0.463410E-26  0.721040E-26
 ================================================================
  J =      1.50000000     1.50000000
 ================================================================
  n       J_n           Ev_n        <n|X1>(a.u.)     <n|X1>(Hz)
 ----------------------------------------------------------------
  1    0.500000000    -1.782282    0.262171E-12   -0.126939E-09
  2    1.500000000    -1.763344    0.407644E+03   -0.197374E+06
  3    2.500000000    -1.740991    0.264352E-05   -0.127994E-02
  4    0.500000000    -1.722325    0.911543E-13   -0.441353E-10
  5    1.500000000    -1.685863   -0.302915E+03    0.146666E+06
  6    2.500000000    -1.666894   -0.741928E-05    0.359229E-02
  7    0.500000000    -1.644684    0.347714E-12   -0.168357E-09
  8    0.500000000    -1.603673   -0.120196E-12    0.581970E-10
  9    1.500000000    -1.597227   -0.332175E+02    0.160833E+05
 10    0.500000000    -1.255863    0.736853E-13   -0.356771E-10
 ================================================================
  < 0.5 || E_PNC ||  1.5> = i*G_F*alpha*Q_w/(8*pi*sqrt(2))
     * ( 0.41675E+04 +/-  0.278E-12) a.u.
   = i*Q_w/(-N_nuc) * (-0.32314E-09) a.u.    (N_nuc =124)
 ================================================================
 Program InhomEq
 R.H.S.: (-E1)
 ================================================================
   Rhs: J_0 =   0.500000000;  E_0 =    -1.957547
        J_2 =   1.500000000;  E_2 =    -1.926606
 ================================================================
   Prj: Decomposition to the eigenvectors of J**2
       Norma X1        J_0-1        J_0          J_0+1        Others
   0.62175E+02  0.48876E-14  0.35501E+02  0.26674E+02  0.47926E-30
   J_av= 1.01230196
   4 vectors are written to INE.XIJ.
   J_av=   1.012  -0.500   0.500   1.500
 ================================================================
   solution of the equation  (E0-H0) X1 = A X0,
   where E0 =      -1.957547 (Nd0 =      123);
   X0 is eig. vector  1 (J = 0.500000);  A = (-E1).
 ----------------------------------------------------------------
    Nc        R.H.S.        Solution
 ----------------------------------------------------------------
      1    0.757333E+00  0.111751E+02
      2    0.260375E+01  0.357898E+02
      3    0.196526E-02  0.222988E+00
      4    0.693061E+00  0.149734E+02
      5    0.400254E-02  0.136343E-01
 ================================================================
  J =      1.00285148     1.01230196
 ================================================================
  n       J_n           Ev_n        <n|X1>(a.u.)     <n||X1>
 ----------------------------------------------------------------
  1    0.500000000    -1.782282   -0.138927E+00   -0.340299E+00
  2    1.500000000    -1.763344    0.863850E-01    0.211599E+00
  3    2.500000000    -1.740991   -0.218656E-08   -0.218656E-96
  4    0.500000000    -1.722325   -0.813245E+00   -0.199204E+01
  5    1.500000000    -1.685863   -0.130974E+01   -0.320820E+01
  6    2.500000000    -1.666894   -0.555086E-09   -0.555086E-97
  7    0.500000000    -1.644684   -0.147237E+01   -0.360655E+01
  8    0.500000000    -1.603673    0.308430E+00    0.755495E+00
  9    1.500000000    -1.597227   -0.648173E+00   -0.158769E+01
 10    0.500000000    -1.255863   -0.769771E-01   -0.188310E+00
 ================================================================
  < 1.5 || E_PNC ||  0.5> = i*G_F*alpha*Q_w/(8*pi*sqrt(2))
     * ( 0.41675E+04 +/-  0.278E-12) a.u.
   = i*Q_w/(-N_nuc) * (-0.32314E-09) a.u.    (N_nuc =124)
 ================================================================
 Program InhomEq
 R.H.S.: (-E1)
 ================================================================
```

Printed by kozlov from newt.phys.unsw.edu.au


```
 Rhs: J_0 =     1.500000000;  E_0 =    -1.926606
      J_2 =     0.500000000;  E_2 =    -1.957547
=================================================================
Prj: Decomposition to the eigenvectors of J**2
   Norma X1         J_0-1         J_0          J_0+1       Others
 0.55537E+02  0.40183E+02  0.26469E+01  0.12707E+02  0.29576E-29
 J_av= 1.22436392
 4 vectors are written to INE.XIJ.
 J_av=  1.224   0.500   1.500   2.500
=================================================================
 solution of the equation (E0-H0) X1 = A X0,
 where E0 =      -1.926606 (Nd0 =      123);
 X0 is eig. vector  2 (J = 1.500000);  A = (-E1).
-----------------------------------------------------------------
   Nc         R.H.S.         Solution
-----------------------------------------------------------------
    1  0.393256E-02  0.403658E-01
    2  0.118258E+01  0.138090E+02
    3  0.128618E+01  0.873041E+01
    4  0.209926E+01  0.329335E+02
    5  0.427698E-02  0.238906E-01
=================================================================
   J =     1.23350052     1.22436392
=================================================================
 n        J_n            Ev_n        <n|X1>(a.u.)      <n||X1>
-----------------------------------------------------------------
 1     0.500000000     -1.782282    -0.262383E-01    0.642705E-01
 2     1.500000000     -1.763344     0.237685E-01    0.184110E+00
 3     2.500000000     -1.740991    -0.223711E+00   -0.707436E+00
 4     0.500000000     -1.722325    -0.104033E+01    0.254827E+01
 5     1.500000000     -1.685863    -0.174976E-01   -0.135536E+00
 6     2.500000000     -1.666894    -0.871283E+00   -0.275524E+01
 7     0.500000000     -1.644684    -0.134872E+00    0.330367E+00
 8     0.500000000     -1.603673    -0.120700E+01    0.295654E+01
 9     1.500000000     -1.597227     0.533187E+00    0.413005E+01
10     0.500000000     -1.255863    -0.863250E-01    0.211452E+00
=================================================================
 < 0.5 || E_PNC ||   1.5> = i*G_F*alpha*Q_w/(8*pi*sqrt(2))
    * ( 0.23762E+04 +/- 0.468E-06) a.u.
 = i*Q_w/(-N_nuc) * (-0.18425E-09) a.u.    (N_nuc =124)
=================================================================
```


Сравнение с pnc.res (см. след. стр.)

$$E1 = -i(1.8425 + 3.2314)\cdot 10^{-10} =$$

$$= -i\cdot 5.0739\cdot 10^{-10}$$

$$M1 = \frac{\alpha}{2}\cdot 1.1537 = 4.20948\cdot 10^{-3}$$

$$P = \frac{2iE1}{M1} = \frac{2\cdot 5.0739}{4.20948}\cdot 10^{-7} =$$

$$= 2.41070\cdot 10^{-7}$$

pnc.res даёт

$$P = 2.413986\cdot 10^{-7}$$

Надо иметь ввиду, что в PNC используется значение $\frac{G_F\alpha}{8\pi\sqrt{2}} = 4.12$ Hz, а в INE более новое значение 4.1144 Hz. С учетом этой разницы получаем

$$\frac{2.413986\cdot 4.1144}{2.41070\cdot 4.12} = 1.00001$$

```
  PNC rate in M1 transitions (sin^2(Teta) = 0.25)

124 0.5 - Number of neutrons and nuclear spin
 10  2 - Number of levels of parities "-" and "+"
  Momenta and energies of "positive" levels
 0.5     1.782282
 1.5     1.763344
 2.5     1.740991
 0.5     1.722325
 1.5     1.685863
 2.5     1.666894
 0.5     1.644684
 0.5     1.603673
 1.5     1.597227
 0.5     1.255863
  Momenta and energies of "negative" levels
 0.5     1.957547
 1.5     1.926606
  Matrix of E1 amplitudes in L gauge
-0.28022  0.17789  0.00000 -1.73001 -2.84284  0.00000 -3.24987  0.68944
-1.45136 -0.18001
 0.07805  0.21900 -0.82536  2.93423 -0.15296 -3.08348  0.36662  3.23982
 4.51801  0.22121
  Matrix of E1 amplitudes in V gauge
-0.16943  0.25776  0.00000 -1.22094 -3.06727  0.00000 -2.49359  0.82943
-1.12188 -0.01504
-0.05755  0.33062 -1.23786  1.47853 -0.37288 -3.58944 -0.24898  2.27960
 3.88679  0.02553
  Matrix of PNC amplitudes
  321.70      0.00     0.00  -220.31      0.00      0.00    225.88    -4.70
    0.00     22.63
    0.00   -407.64     0.00     0.00    302.92      0.00      0.00     0.00
   33.22      0.00
  Matrix of AM amplitudes
  301.54     -0.15     0.00   177.77      2.55      0.00    249.36     5.46
    1.25     10.02
 -184.62   -272.00   468.58   -26.40   -326.39   385.82    229.76  -178.82
 -246.69      3.80
  Matrix of M1 amplitudes
  0.81649  1.15370
  0.00000  0.00000

** ==== M1 transition  1 -->  2 ==== **
** Weak charge ** P / ((-N)/Q_w*10^(-7)):
      j=   1 L:   0.0000 +  -0.0528 V:   0.0000 +   0.0390
      j=   2 L:   0.1639 +   0.0000 V:   0.2374 +   0.0000
      j=   4 L:   0.0000 +   1.0138 V:   0.0000 +   0.5109
      j=   5 L:   1.3196 +   0.0000 V:   1.4237 +   0.0000
      j=   7 L:   0.0000 +  -0.0976 V:   0.0000 +   0.0663
      j=   8 L:   0.0000 +   0.0159 V:   0.0000 +   0.0112
      j=   9 L:   0.0540 +   0.0000 V:   0.0417 +   0.0000
      j=  10 L:   0.0000 +  -0.0026 V:   0.0000 +  -0.0003
  P (L) =  2.413986 P (V) =  2.329904
** Anapole moment ** P / (kappa*10^(-8)):
      j=   1 L:   0.0427 +  -0.0240 V:   0.0258 +   0.0177
      j=   2 L:   0.0279 +   0.0000 V:   0.0404 +   0.0000
      j=   4 L:   0.0266 +  -0.3960 V:   0.0188 +  -0.1995
      j=   5 L:  -0.3627 +   0.0000 V:  -0.3913 +   0.0000
      j=   7 L:  -0.3153 +  -0.0522 V:  -0.2419 +   0.0354
      j=   8 L:  -0.0454 +  -0.0089 V:  -0.0547 +  -0.0063
      j=   9 L:  -0.1023 +   0.0000 V:  -0.0791 +   0.0000
      j=  10 L:  -0.0001 +  -0.0006 V:   0.0000 +  -0.0001
  F1 = 0.0 F2 = 1.0 M1 =   0.815789 P (L) = -1.210263 P (V) = -0.834757
      j=   1 L:  -0.0853 +   0.0080 V:  -0.0516 +  -0.0059
      j=   2 L:   0.0279 +   0.0000 V:   0.0404 +   0.0000
      j=   4 L:  -0.0532 +   0.1320 V:  -0.0376 +   0.0665
      j=   5 L:  -0.3627 +   0.0003 V:  -0.3913 +   0.0007
      j=   7 L:   0.6306 +   0.0174 V:   0.4838 +  -0.0118
      j=   8 L:   0.0909 +   0.0030 V:   0.1093 +   0.0021
```



```
      j=   9 L:  -0.1023 +  -0.0029 V:  -0.0791 +  -0.0025
      j=  10 L:   0.0002 +   0.0002 V:   0.0000 +   0.0000
  F1 = 1.0 F2 = 1.0 M1 = -0.576850 P (L) =   0.303891 P (V) =   0.123102
      j=   1 L:   0.0000 +   0.0080 V:   0.0000 +  -0.0059
      j=   2 L:  -0.0167 +   0.0000 V:  -0.0242 +   0.0000
      j=   4 L:   0.0000 +   0.1320 V:   0.0000 +   0.0665
      j=   5 L:   0.2176 +  -0.0001 V:   0.2348 +  -0.0001
      j=   7 L:   0.0000 +   0.0174 V:   0.0000 +  -0.0118
      j=   8 L:   0.0000 +   0.0030 V:   0.0000 +   0.0021
      j=   9 L:   0.0614 +   0.0006 V:   0.0474 +   0.0005
      j=  10 L:   0.0000 +   0.0002 V:   0.0000 +   0.0000
  F1 = 1.0 F2 = 2.0 M1 =   1.289876 P (L) =   0.423327 P (V) =   0.309282
```

Расчет Анапольной амплитуды в INE 21.07.95

Используем 26.03.93 и 20.11.94:

$$\langle F J_2 | H_{AM} | F J_i \rangle = (-1)^{I+J_i+F} \begin{Bmatrix} F & I & J_2 \\ 1 & J_i & I \end{Bmatrix} \sqrt{I(I+1)(2I+1)}\, i \frac{\varkappa_A}{I} \langle J_2 \| W_{AM} \| J_i \rangle$$

$$\langle J_2 \| W_{AM} \| J_i \rangle = \frac{G \alpha \sqrt{3}}{4\pi} \sum_{n'n} \left(\rho^1_{n's,np} - \rho^1_{np,n's} \right) \int \left(f_s g_p + \frac{1}{3} g_s f_p \right) 4\pi r^2 dr$$

$$\rho^1_{n's,np} = (-1)^{J_2-M_2} \begin{pmatrix} J_2 & 1 & J_i \\ -M_2 & q & M_i \end{pmatrix}^{-1} \sum_{n'm} (-1)^{j'-m'} \begin{pmatrix} j' & 1 & j \\ -m' & q & m \end{pmatrix} C^2_{ns} C^{i}_{n'p_{1/2}}$$

INE дает решение ур-ния Ш-ра с (-E1) в правой части в виде разложения по с.в. полного момента J:

$$X_{1,J_0-1},\quad X_{1,J_0} \text{ и } X_{1,J_0+1}$$

Каждый такой вектор можно представить в виде:

$$X_{1 J_i} = \sum_N |N J_i M_i\rangle \frac{\langle N J_i M_i | -E1 | J_0 M_0 \rangle}{E_2 - E_N} =$$

$$= (-1)^{J_i - M_i} \begin{pmatrix} J_i & 1 & J_0 \\ -M_i & q & M_0 \end{pmatrix} \sum_N |N J_i M_i\rangle \frac{\langle N J_i \| -E1 \| J_0 \rangle}{E_2 - E_N}$$

Рассмотрим цепочку из (20.11.94):

$$\sum_N \langle F_2 J_2 | H_{AM} | F_2 N J_i \rangle \frac{1}{E_2 - E_N} \langle F_2 M_2 N J_i | -E1 | F_0 M_0 J_0 \rangle$$

$$= (-1)^{F_2 - M_2} \begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_0 \\ -M_2 & q & M_0 \end{pmatrix} \sqrt{(2F_2+1)(2F_0+1)}\, (-1)^{2J_i + 2I + F_2 + F_0 + 1} \begin{Bmatrix} J_i & F_2 & I \\ F_0 & J_0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F_2 & I & J_2 \\ 1 & J_i & I \end{Bmatrix}$$

$$\sqrt{\frac{(I+1)(2I+1)}{I}}\, i \varkappa_I \sum_N \frac{\langle J_2 \| W_{AM} \| N J_i \rangle \langle N J_i \| -E1 \| J_0 \rangle}{E_2 - E_N}$$

Видно, что эту цепочку можно записать так:

$$\sum_N \langle F_2 J_2 | H_{AM} | F_2 N J_i \rangle \frac{1}{E_2 - E_N} \langle F_2 M_2 N J_i | E1 | F_0 M_0 J_0 \rangle$$

$$= (-1)^{F_2 + J_i - M_2 - M_i} \frac{\begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_0 \\ -M_2 & q & M_0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} J_i & 1 & J_0 \\ -M_i & q & M_0 \end{pmatrix}} \sqrt{\frac{(2F_2+1)(2F_0+1)(I+1)(2I+1)}{I}} (-1)^{2J_i + 2I + F_2 + F_0 + 1}$$

$$\begin{Bmatrix} J_i & F_2 & I \\ F_0 & J_0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F_2 & I & J_2 \\ 1 & J_i & I \end{Bmatrix} i \varkappa_A \langle J_2 \| W_{AM} \| X_{MJ_i} \rangle$$

$$= (-1)^{F_0 + J_i + 1 - M_2 - M_i} \frac{\begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_0 \\ -M_2 & q & M_0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} J_i & 1 & J_0 \\ -M_i & q & M_0 \end{pmatrix}} \sqrt{\frac{(2F_2+1)(2F_0+1)(I+1)(2I+1)}{I}} \begin{Bmatrix} J_i & F_2 & I \\ F_0 & J_0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F_2 & I & J_2 \\ 1 & J_i & I \end{Bmatrix}$$

$$i \varkappa_A \langle J_2 \| W_{AM} \| X_{1 J_i} \rangle$$

Соответствующая M1 амплитуда:

$$\langle F_2 M_2 J_2 | -M1 | F_0 M_0 J_0 \rangle = (-1)^{F_2 - M_2 + F_0 + J_2 + I + 1} \begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_0 \\ -M_2 & q & M_0 \end{pmatrix}$$

$$\sqrt{(2F_2+1)(2F_0+1)} \begin{Bmatrix} J_2 & F_2 & I \\ F_0 & J_0 & 1 \end{Bmatrix} \langle J_2 \| -M1 \| J_0 \rangle$$

Удобно сразу поделить AM амплитуду на коэффициент перед $\langle J_2 \| -M1 \| J_0 \rangle$:

$$\langle J_2 \| -E1_{AM} \| J_0 \rangle_{eff} = (-1)^{F_2 + J_i + J_2 + I - M_i} \sqrt{\frac{(I+1)(2I+1)}{I}} \frac{\begin{Bmatrix} J_i & F_2 & I \\ F_0 & J_0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F_2 & I & J_2 \\ 1 & J_i & I \end{Bmatrix}}{\begin{pmatrix} J_i & 1 & J_0 \\ -M_i & q & M_0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J_2 & F_2 & I \\ F_0 & J_0 & 1 \end{Bmatrix}}$$

$$i \varkappa_A \langle J_2 \| W_{AM} \| X_{1 J_i} \rangle$$

Этот эффективный приведенный МЭ обладает обычной симметрией:

$$\langle J_0 \| -E1_{AM} \| J_2 \rangle_{eff} = (-1)^{J_2 - J_0 + 1} \langle J_2 \| -E1_{AM} \| J_0 \rangle_{eff}$$

Соберем вместе рассчетные формулы:

1. Для каждого вектора X_{1J_i} считаем $\langle J_2 \| W_{AM} \| J_i \rangle$:

$$\langle J_2 \| W_{AM} \| J_i \rangle = \frac{G_\alpha \sqrt{3}}{4\pi} \sum_{n'n} \left(\rho^1_{n's,np} - \rho^1_{np,n's} \right) R_{sp}$$

$$\rho^1_{n's,np} = (-1)^{J_2 - M_2} \begin{pmatrix} J_2 & 1 & J_i \\ -M_2 & q & M_i \end{pmatrix}^{-1} \sum (-1)^{j'-m'} \begin{pmatrix} j' & 1 & j \\ -m' & q & m \end{pmatrix} C^2_{ns} C^i_{n'p_{1/2}}$$

$$R_{sp} = \int \left(f_s g_p + \frac{1}{3} g_s f_p \right) (4\pi n) r^2 dr$$

2. Для каждого перехода $F_0 \to F_2$ считаем eff МЭ:

$$\langle J_2 \| -E1_{AM} \| J_0 \rangle_{eff} = \sum_{J_i} (-1)^{F_2 + J_i + J_2 + I - M_i} \sqrt{\frac{(I+1)(2I+1)}{I}} \frac{\begin{Bmatrix} J_i & F_2 & I \\ F_0 & J_0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F_2 & I & J_2 \\ 1 & J_i & I \end{Bmatrix}}{\begin{pmatrix} J_i & 1 & J_0 \\ -M_i & q & M_0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J_2 & F_2 & I \\ F_0 & J_0 & 1 \end{Bmatrix}} i\varkappa_A \langle J_2 \| W_{AM} \| J_i \rangle$$

3. Полная эффективная амплитуда получается так:

$$\langle J_2 \| -E1_{AM} \| J_0 \rangle_{tot} = \langle J_2 \| -E1_{AM} \| J_0 \rangle_{eff} + (-1)^{J_2 - J_1 + 1} \langle J_0 \| -E1_{AM} \| J_2 \rangle_{eff}$$

?

почему здесь такая фаза, а не $(-1)^{F_2 - F_0 + 1}$?

Тест для АМ

$$\mathcal{P} = \frac{2i\,E1(F_0 \to F_2)}{M1(F_0 \to F_2)} = \frac{2i\,E1eff(J_0 \to J_2)}{M1(J_0 \to J_2)} = \frac{-2\,\mathrm{Im}(E1_{eff})}{M1}$$

$$\mathrm{Im}(E1_{eff}) = -\frac{M1}{2}\mathcal{P} \quad \text{где} \quad M1 = 4.20948 \cdot 10^{-3}$$

Результаты по программе PNC:

	$\mathcal{P}$				
$F_0 \to F_2$	$J_t = 1/2$	$J_t = 3/2$	$J_t = 1/2$	$J_t = 3/2$	tot
0 1	$-.2915^{-8}$	$-.4371^{-8}$	$-.4817^{-8}$	0	-1.2103^{-8}
1 1	$+.5832^{-8}$	$-.4371^{-8}$	$+.1606^{-8}$	$-.0026^{-8}$	$+.3041^{-8}$
1 2	0	$+.2623^{-8}$	$+.1604^{-8}$	$+.0005$	$+.4232^{-8}$

			$E1\ eff$		
F_0 F_2	1/2	3/2	1/2	3/2	tot
0 1	6.1353^{-12}	9.1998^{-12}	1.0139^{-11}	0	
1 1	-1.2275^{-11}	9.1998^{-12}	-3.3802^{-12}	5.47^{-14}	
1 2	0	-5.5207^{-12}	-3.3760^{-12}	-1.05^{-14}	

Результаты по программе INE

F_0 F_1	1/2	3/2	1/2	3/2	tot
0 - 1	$+6.1263^{-12}$	$+9.1846^{-12}$	1.0120^{-11}	0	
1 - 1	-1.2253^{-11}	$+9.1846^{-12}$	-3.3732^{-12}	5.5791^{-14}	
1 - 2	0	-5.5108^{-12}	-3.3732^{-12}	-1.1158^{-14}	

NB Pnc использует константу $\frac{6\alpha\sqrt{3}}{\dots} = 20.19 \cdot 1.5198^{-16} = 3.06848^{-15}$

INE использует $\frac{6\alpha\sqrt{3}}{4\pi} = 3.06339^{-15}$

Отношение 1.00166